

Peramalan Volume Penjualan Total Sepeda Motor di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan dengan Pendekatan Model ARIMAX dan VARX

iti Maghfirotul Ulyah, Destri Susilaningrum, dan Suhartono
Jurusan Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS)
Jalan Arief Rahman Hakim Surabaya 60111
e-mail : destri_s@statistika.its.ac.id

Abstrak—Sepeda motor merupakan salah satu alat transportasi yang banyak diminati oleh masyarakat Indonesia. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui karakteristik penjualan total sepeda motor jenis *Automatic*, *Cub*, dan *Sport* di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan, serta mendapatkan model ramalannya untuk tahun 2014. Model yang digunakan adalah model ARIMAX dan VARX. Hasil penelitian menunjukkan bahwa secara umum penjualan total sepeda motor dipengaruhi oleh Hari Raya Idul Fitri dan bulan tahun ajaran baru, serta terdapat siklus musiman. Selain itu, terdapat keterkaitan penjualan sepeda motor antar jenis di kabupaten yang sama, dan juga antar jenis di kabupaten yang berbeda. Hasil ramalan tahun 2014 menunjukkan bahwa masih terdapat kenaikan pada sepeda motor jenis *Automatic* dan *Sport*. Sebaliknya, terjadi penurunan pada jenis *Cub*.

Kata Kunci—Penjualan, Sepeda motor, ARIMAX, VARX

I. PENDAHULUAN

INDUSTRI kendaraan roda dua merupakan salah satu industri yang potensial di Indonesia. Penjualan sepeda motor ini diperkirakan masih tumbuh antara 7,5-7,8 persen di tahun 2014 [1]. Tiga jenis sepeda motor yang sedang marak dikalangan masyarakat sekarang ini adalah jenis *Automatic*, *Cub*, dan *Sport*. Pangsa pasar terbesar sepeda motor Indonesia didominasi oleh motor skuter (*Automatic*) sebesar 63 persen, diikuti motor bebek (*Cub*) sebesar 23,5 persen, dan sisanya motor *Sport* sebesar 13,5 persen [2].

Pada tahun 2013, pertumbuhan kendaraan sepeda motor di Jawa Timur mencapai 10,64 persen [3]. Perkembangan industri sepeda motor Jawa Timur yang pesat tersebut diduga akan memiliki prospek yang bagus di masa depan. Oleh karena itu, perlu dilakukan studi mengenai perkembangan penjualan industri sepeda motor di masa depan. Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan merupakan kabupaten yang berada di wilayah Jawa Timur. Kedua kabupaten tersebut merupakan kabupaten di Jawa Timur yang memiliki karakteristik yang hampir sama dan memiliki potensi yang bagus untuk industri ini. Karakteristik tersebut meliputi hasil alam seperti pertanian, dan juga mayoritas penduduk yang beragama islam. Penjualan sepeda motor diduga cenderung naik pada bulan-bulan menjelang dan pasca hari raya Idul Fitri. Hal ini dikarenakan terdapat kebudayaan tertentu seperti adanya THR (Tunjangan Hari Raya) dan kebudayaan untuk mudik atau berkunjung ke sanak saudara.

Hal tersebut diduga memberikan pengaruh dalam pola penjualan sepeda motor yang meliputi tren tertentu, variasi musiman atau siklus tertentu. Oleh karena itu, wilayah

tersebut akan menjadi obyek dalam penelitian tugas akhir ini. Hasil dari penelitian ini nantinya diharapkan dapat memberikan manfaat bagi produsen industri sepeda motor di kedua kabupaten tersebut.

Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui karakteristik penjualan total sepeda motor jenis *Automatic*, *Cub*, dan *Sport* di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan. Selain itu, tujuan utama dari penelitian ini adalah mendapatkan model terbaik untuk meramalkan penjualan sepeda motor di tahun 2014. Model yang digunakan adalah model ARIMAX dan VARX.

II. TINJAUAN PUSTAKA

A. Model Autoregressive Integrated Moving Average with Exogenous Input (ARIMAX)

ARIMAX merupakan model ARIMA dengan penambahan variabel tertentu [4]. Dalam penelitian ini, variabel dummy yang digunakan yaitu variabel dummy untuk efek variasi kalender (Hari Raya Idul Fitri), variabel dummy musiman, dan variabel dummy untuk trend deterministik. Model pada persamaan ARIMA musiman dapat dituliskan kembali sebagai berikut [5],

$$Y_t = \frac{\theta_q(B)\Theta_q(B^S)}{\Phi_p(B^S)\phi_p(B)(1-B)^d(1-B^S)^D} a_t \quad (1)$$

Model yang pertama dikenal sebagai model ARIMAX dengan tren stokastik yang ditandai dengan implementasi adanya *difference* non seasonal dan atau seasonal. Model ARIMAX dengan tren stokastik dapat dituliskan sebagai berikut,

$$Y_t = \beta_1 S_{1,t} + \dots + \beta_p S_{p,t} + \delta_0 V_t + \dots + \delta_j V_{t-j} + \frac{\theta_q(B)\Theta_q(B^S)}{\Phi_p(B)\Phi_p(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D} a_t \quad (2)$$

Sedangkan model yang kedua adalah model ARIMAX dengan tren deterministik tanpa orde *differencing*. Model ARIMAX dengan tren deterministik dapat dituliskan sebagai berikut,

$$Y_t = \gamma t + \beta_1 S_{1,t} + \dots + \beta_p S_{p,t} + \delta_0 V_t + \dots + \delta_j V_{t-j} + \frac{\theta_q(B)\Theta_q(B^S)}{\Phi_p(B)\Phi_p(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D} a_t \quad (3)$$

dengan $S_{1,t}$ sampai dengan $S_{p,t}$ merupakan efek musiman, V_t sampai dengan V_{t-j} merupakan variabel dummy untuk variasi kalender, dan γ merupakan koefisien yang menangkap efek tren.

B. Model Vector Autoregressive with Exogenous Input (VARX)

Vector autoregressive (VAR) merupakan generalisasi dari model univariat AR. Model umum untuk VAR(p) adalah sebagai berikut [6],

$$\begin{aligned}\hat{y}_t &= \Phi_1 \hat{y}_{t-1} + \dots + \Phi_p \hat{y}_{t-p} + a_t \\ \hat{y}_t &= \sum_{i=1}^p \Phi_i \hat{y}_{t-i} + a_t \\ \Phi(B) \hat{y}_t &= a_t\end{aligned}\quad (4)$$

dengan,

\hat{y}_t = vektor berukuran $m \times 1$ dari variabel pada waktu ke t

dengan $\hat{y}_t = y_t - \mu$

Φ_p = matriks berukuran $m \times m$ dari parameter ke p

a_t = vektor berukuran $m \times 1$ dari residual pada waktu ke- t .

VARX merupakan model *Vector Autoregressive* dengan penambahan variabel eksogen, Model untuk VARX(p, s^*) dapat dituliskan sebagai berikut,

$$\begin{aligned}\hat{y}_t &= \sum_{i=1}^p \Phi_i \hat{y}_{t-i} + \sum_{i=0}^{s^*} \Theta_i^* x_{t-i} + a_t \\ \Phi(B) \hat{y}_t &= \Theta^*(B) x_t + a_t\end{aligned}\quad (5)$$

dengan,

$$\Phi(B) = I_k - \Phi_1 B - \dots - \Phi_p B^p$$

$$\Theta^*(B) = I_r - \Theta_1^* B - \dots - \Theta_{s^*}^* B^{s^*}$$

$$\hat{y}_t = ((y_{1t} - \mu), \dots, (y_{kt} - \mu))'$$

$$a_t = (a_{1t}, \dots, a_{kt})'$$

$$x_t = (x_{1t}, \dots, x_{rt})'$$

Φ_i merupakan matriks berukuran $k \times k$, sedangkan Θ_i^* merupakan matriks berukuran $k \times r$.

C. Identifikasi Model

Identifikasi model *time series* dapat dilakukan dengan membuat plot *Autocorrelation Function* (ACF) dan *Partial Autocorrelation Function* (PACF) untuk model univariat. Kemudian untuk model multivariat dapat dilihat dari *Partial Autoregression Matrix Function* (MPACF) dan nilai *Akaike Information Criterion* (AIC) [6].

D. Pemeriksaan Asumsi

Pemeriksaan asumsi dilakukan setelah identifikasi model dan estimasi parameter. Hal ini dilakukan untuk mengetahui apakah model tersebut memenuhi asumsi, Asumsi yang harus dipenuhi adalah residual model *white noise* dan berdistribusi normal (ARIMAX), serta vektor residual model *white noise* dan berdistribusi multivariat normal (VARX) [6].

E. Kriteria Pemilihan Model

Salah satu kriteria dalam pemilihan model terbaik untuk *out sample* adalah *symmetric Mean Absolute Percentage Error* (sMAPE). Kriteria tersebut merupakan penyempurnaan dari MAPE dalam memberikan *penalty* pada residual positif dan residual negatif [7]. Formula dari sMAPE dapat dituliskan sebagai berikut,

$$sMAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|Y_i - \hat{Y}_i|}{\left(\frac{1}{2}(Y_i + \hat{Y}_i)\right)} \quad (6)$$

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Sumber Data dan Variabel Penelitian

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yang diperoleh dari PT "X". Data tersebut meliputi data total market sepeda motor jenis *Automatic* (AT), *Cub*, dan *Sport* di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan. Data tersebut adalah data bulanan mulai Januari 2009-Maret 2014. Dalam penelitian ini data dibedakan menjadi data *training* dan data *testing*, Data mulai Januari 2009-

September 2013 sebagai data *training*, dan data mulai Oktober 2013-Maret 2014 sebagai data *testing*.

Variabel dalam penelitian ini dinotasikan $Y_{i,m,t}$, dengan

indeks i menyatakan lokasi, indeks m menyatakan jenis sepeda motor, dan indeks t menyatakan waktu (bulan). Rincian variabel dalam penelitian ini adalah sebagai berikut,

$Y_{1,1,t}$: Penjualan total sepeda motor AT di Kab. Bojonegoro pada bulan ke t

$Y_{1,2,t}$: Penjualan total sepeda motor *Cub* di Kab. Bojonegoro pada bulan ke t

$Y_{1,3,t}$: Penjualan total sepeda motor *Sport* di Kab. Bojonegoro pada bulan ke t

$Y_{2,1,t}$: Penjualan total sepeda motor AT di Kab. Lamongan pada bulan ke t

$Y_{2,2,t}$: Penjualan total sepeda motor *Cub* di Kab. Lamongan pada bulan ke t

$Y_{2,3,t}$: Penjualan total sepeda motor *Sport* di Kab. Lamongan pada bulan ke t .

Dalam penelitian ini, variabel dummy yang digunakan adalah sebagai berikut,

1. t merupakan variabel tren deterministik.
2. V_{t-1} merupakan variabel dummy untuk bulan sebelum hari raya Idul Fitri.
3. V_t merupakan variabel dummy untuk bulan hari raya Idul Fitri.
4. V_{t+1} merupakan variabel dummy untuk bulan setelah hari raya Idul Fitri.
5. S_{1t}, \dots, S_{12t} merupakan variabel dummy untuk musiman bulanan (Januari-Desember).
6. D_1, D_2, D_3, D_4 merupakan variabel dummy untuk periode waktu tertentu dengan rincian sebagai berikut,
 - a. D_1 dan D_2 adalah dummy untuk $Y_{1,1,t}$ dan $Y_{2,1,t}$ dengan,

$$D_1 = \begin{cases} 1 & , \text{Okt } 2010 \leq t \leq \text{Okt } 2012 \\ 0 & , \text{untuk } t \text{ yang lain} \end{cases}$$

$$D_2 = \begin{cases} 1 & , \text{Nov } 2012 \leq t \leq \text{Sept } 2013 \\ 0 & , \text{untuk } t \text{ yang lain} \end{cases}$$

- b. D_3 adalah dummy untuk $Y_{1,3,t}$ dengan,

$$D_3 = \begin{cases} 1 & , \text{Jan } 2012 \leq t \leq \text{Sept } 2013 \\ 0 & , \text{untuk } t \text{ yang lain} \end{cases}$$

- c. D_4 adalah dummy untuk $Y_{1,2,t}$, $Y_{2,2,t}$, dan $Y_{2,3,t}$ dengan,

$$D_4 = \begin{cases} 1 & , \text{Jan } 2011 \leq t \leq \text{Sept } 2013 \\ 0 & , \text{untuk } t \text{ yang lain} \end{cases}$$

7. $t.D_1, t.D_2, t.D_3, t.D_4$ merupakan tren lokal yang merupakan perkalian dari variabel tren dengan variabel dummy periode lokal. Rinciannya sebagai berikut,

- a. $t.D_1$ dan $t.D_2$ adalah tren lokal untuk $Y_{1,1,t}$ dan $Y_{2,1,t}$

- b. $t.D_3$ adalah tren lokal untuk $Y_{1,3,t}$

- c. $t.D_4$ adalah tren lokal untuk $Y_{1,2,t}$, $Y_{2,2,t}$, dan $Y_{2,3,t}$.

B. Metode Analisis

Metode analisis dalam penelitian ini adalah sebagai berikut,

1. Melakukan analisis deskriptif pada data total market sepeda motor jenis *Automatic* (AT), *Cub*, dan *Sport* di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan.

2. Melakukan pemodelan secara univariat dengan ARIMAX

Langkah-langkahnya sebagai berikut,

- Mengidentifikasi pola data melalui hasil dari *time series* plot.
- Menentukan tipe tren, yaitu tren deterministik.
- Menghilangkan efek variasi kalender dari respon dengan *fitting* persamaan tren deterministik sehingga akan didapatkan error.
- Melakukan pemodelan ARIMA dari error jika error tidak memenuhi asumsi *white noise*. Langkah-langkah pemodelan ARIMA adalah sebagai berikut,
 - Melakukan identifikasi model melalui plot ACF dan PACF sehingga didapatkan lag-lag yang signifikan.
 - Melakukan estimasi parameter model ARIMA dengan estimasi *Conditional Least Square*.
 - Melakukan pemeriksaan asumsi residual. Jika tidak terpenuhi maka kembali ke langkah a.
 - Jika asumsi residual sudah terpenuhi maka dilakukan penggabungan model ARIMA dengan model persamaan pada langkah iii.
 - Menghitung kriteria kebaikan dari model yang diperoleh dengan menggunakan sMAPE.
 - Melakukan peramalan untuk data *out sample* dengan model yang terpilih.
 - Melakukan interpretasi model.
- Pemodelan secara multivariat dengan VARX

Langkah-langkah untuk pemodelan VARX sebagai berikut,

 - Melakukan pemeriksaan stasioneritas data

Data yang dianalisis merupakan data penjualan total sepeda motor. Jika data tidak stasioner dalam varian, maka dilakukan transformasi data. Jika data tidak stasioner dalam mean, maka dilakukan *differencing*.
 - Melakukan identifikasi model melalui MPACF dan nilai AIC minimum sehingga didapatkan order VARX.
 - Melakukan estimasi parameter model VARX dengan estimasi *Least Square*.
 - Melakukan pemeriksaan asumsi residual, Jika tidak terpenuhi maka kembali ke langkah ii.
 - Melakukan peramalan untuk data *out sample* dengan model yang terpilih.
 - Membandingkan kebaikan peramalan pada model yang dihasilkan pada pemodelan data *out sample* dengan menggunakan sMAPE.
- Melakukan perbandingan model terbaik antara model univariat dan multivariat yang telah terpilih.

IV. HASIL PENELITIAN

A. Karakteristik Penjualan Total Sepeda Motor

Analisis deskriptif penjualan total sepeda motor di Kabupaten Bojonegoro disajikan dalam Tabel 1. Penjualan total sepeda motor tersebut meliputi penjualan total sepeda motor jenis *Automatic*, *Cub*, dan *Sport*.

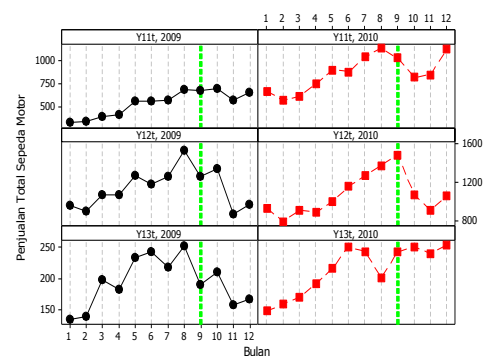
Tabel 1 menggambarkan bahwa rata-rata penjualan total sepeda motor terbesar adalah sepeda motor jenis *Automatic*, baik di Kabupaten Bojonegoro maupun Kabupaten Lamongan. Kemudian disusul oleh penjualan total sepeda motor jenis *Cub* (Bebek) dan penjualan total sepeda motor jenis *Sport*.

Tabel 1.

Analisis Deskriptif Penjualan Total Sepeda Motor di Kab. Bojonegoro

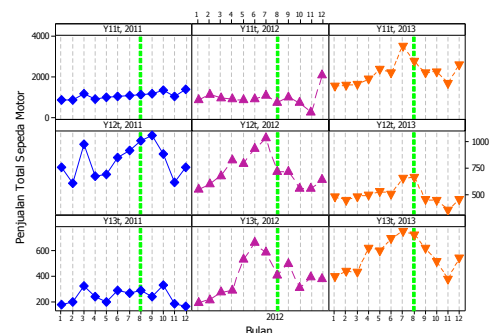
Variabel	Rata-rata	Deviasi Standar	Nilai Minimum	Nilai Maksimum
$Y_{1,1,t}$	1156	666	235	3521
$Y_{1,2,t}$	821	305,1	261	1530
$Y_{1,3,t}$	330	166,5	134	756
$Y_{2,1,t}$	1412	719,7	391	3794
$Y_{2,2,t}$	810	432,5	236	1966
$Y_{2,3,t}$	404	201,3	152	1123

Identifikasi adanya pengaruh variasi kalender dapat ditunjukkan dengan diagram garis. Diagram garis tersebut disajikan dalam Gambar 1 dan 2.



Gambar 1. Diagram Garis Penjualan Total Sepeda Motor di Kab. Bojonegoro Tahun 2009-2010

Berdasarkan Gambar 1 dan 2, dapat diketahui bahwa pada tahun 2009 dan 2010, bulan Hari Raya Idul Fitri jatuh pada Bulan September. Kemudian untuk 2011-2013, bulan Hari Raya Idul Fitri jatuh pada Bulan Agustus.



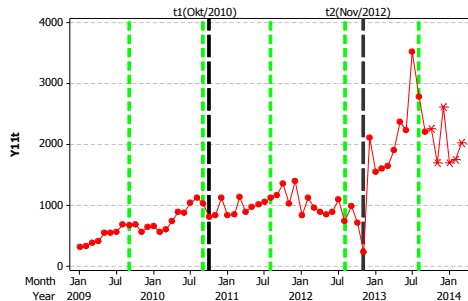
Gambar 2. Diagram Garis Penjualan Total Sepeda Motor di Kab. Bojonegoro Tahun 2011-2013

Pada tahun 2009, penjualan total sepeda motor jenis *Automatic* mengalami penjualan tertinggi pada Bulan Agustus dan Oktober, dimana bulan tersebut merupakan bulan sebelum dan sesudah bulan Hari Raya Idul Fitri. Selain itu, penjualan total sepeda motor jenis *Cub* dan *Sport* mengalami penjualan tertinggi pada Bulan Agustus, dimana bulan tersebut merupakan bulan sebelum bulan Hari Raya Idul Fitri.

Selanjutnya pada tahun 2013, penjualan total sepeda motor jenis *Automatic* dan *Sport* mengalami penjualan tertinggi pada Bulan Juli, sedangkan *Cub* mengalami penjualan tertinggi pada Bulan Juli dan Agustus, dimana Bulan Juli merupakan bulan sebelum bulan Hari Raya Idul Fitri dan juga bertepatan dengan bulan mulainya tahun ajaran baru di bidang pendidikan.

B. Pemodelan ARIMAX pada Penjualan Total Sepeda Motor di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan

Dalam makalah ini, hanya ditampilkan salah satu pemodelan dengan ARIMAX, yaitu untuk penjualan total sepeda motor jenis *Automatic* di Kabupaten Bojonegoro. Sebelum melakukan pemodelan, perlu dilakukan identifikasi pola data dengan plot deret waktu. Plot deret waktu dari penjualan total sepeda motor jenis *Automatic* di Kabupaten Bojonegoro tahun 2009-2014 disajikan dalam Gambar 3.



Gambar 3. Plot Deret Waktu untuk Penjualan Total Sepeda Motor Jenis *Automatic* di Kab. Bojonegoro

Secara umum dapat diketahui bahwa penjualan total sepeda motor jenis *Automatic* terbagi menjadi 3 periode. Periode-periode tersebut adalah sebagai berikut,

a. Periode 1 : Januari 2009-September 2010

Dalam periode ini, terjadi tren kenaikan penjualan total sepeda motor jenis *Automatic*. Namun kenaikannya tidak terlalu besar.

b. Periode 2 : Oktober 2010-Oktober 2012

Dalam periode ini, tidak terdapat tren kenaikan maupun penurunan penjualan. Penjualan total sepeda motor jenis *Automatic* dapat dikatakan stasioner dalam periode ini. Periode ini akan diwakili oleh variabel dummy D_1 , dimana D_1 akan bernilai 1 untuk periode ini.

c. Periode 3 : Desember 2012-Maret 2014

Dalam periode ini, terjadi tren kenaikan yang signifikan jika dibandingkan dengan periode sebelumnya. Periode ini akan diwakili oleh variabel dummy D_2 , dimana D_2 akan bernilai 1 untuk periode ini. Perlu diketahui bahwa penjualan mulai September 2013-Maret 2014 merupakan data *out sample* sehingga tidak digunakan dalam pemodelan.

Langkah pertama untuk pemodelan ini adalah membentuk persamaan regresi dummy. Variabel dummy yang digunakan meliputi variabel tren deterministik, variabel dummy variasi kalender, variabel dummy musiman, variabel dummy untuk periode 2 dan 3 (D_1 , D_2), serta variabel dummy perkalian antara tren deterministik dengan variabel dummy periode 2 dan 3 ($t.D_1$, $t.D_2$). Model regresi terbaik yang dihasilkan adalah sebagai berikut,

$$\hat{Y}_{1,t} = 49,88754t + 967,26993D_{1,t} - 8041,8D_{2,t} - 50,9714t.D_{1,t} + 142,19419t.D_{2,t} + 319,58293S_{7,t} + 405,68453S_{12,t} \quad (7)$$

Persamaan (7) merupakan model regresi terbaik dengan taraf signifikansi 10%. Kemudian dilakukan pengujian autokorelasi pada residual model (7). Pengujian ini menggunakan statistik uji Ljung-Box. Hasilnya ditampilkan dalam Tabel 2.

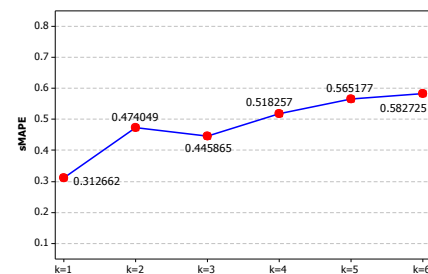
Berdasarkan Tabel 2 dapat diketahui bahwa dengan taraf signifikansi 10%, residual model sudah memenuhi asumsi *white noise*. Hal ini dapat dilihat dari nilai *p-value* yang lebih dari 10%. Oleh karena itu, residual dari persamaan (7) tidak perlu dimodelkan dengan model

ARIMA. Persamaan (7) merupakan model terbaik yang akan digunakan dalam peramalan.

Tabel 2.
Uji Ljung-Box Residual Model Regresi $\hat{Y}_{1,t}$

Sampai Lag ke	Chi-Square	db	P-value	d_{KS}
6	2,58	6	0,8589	0,099512
12	16,6	12	0,1654	
18	19	18	0,3919	
24	20,65	24	0,6592	
30	26,14	30	0,6678	
36	33,24	36	0,6005	>0,15
42	40,02	42	0,5582	

Asumsi lainnya yang harus dipenuhi adalah residual berdistribusi normal. Tabel 4.2 menjelaskan bahwa residual model (7) sudah memenuhi asumsi berdistribusi normal. Hal ini dapat dilihat dari nilai *p-value* yang sudah melebihi 10%. Jadi dapat disimpulkan bahwa persamaan (7) adalah model terbaik. Plot sMAPE untuk penjualan total tersebut disajikan pada Gambar 4.

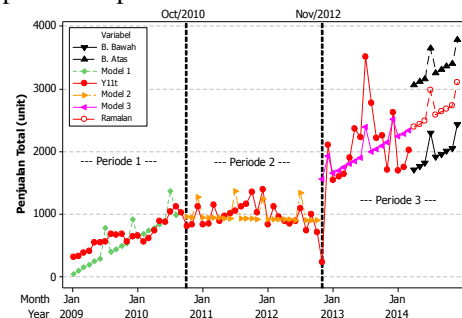


Gambar 4. Plot sMAPE untuk Model $\hat{Y}_{1,t}$

Model ramalan yang didapatkan setelah semua data digunakan dalam pemodelan adalah sebagai berikut,

$$\hat{Y}_{1,t} = 49,22321t + 999,50948D_{1,t} - 754,37584D_{2,t} - 51,35396t.D_{1,t} - 0,10583t.D_{2,t} + 440,75462S_{7,t} + 326,44451S_{12,t} \quad (8)$$

Plot dari model tersebut serta hasil ramalannya untuk tahun 2014 dapat dilihat pada Gambar 5.



Gambar 5. Grafik Ramalan Penjualan Total Sepeda Motor Jenis *Automatic* di Kab. Bojonegoro Tahun 2014

Model (8) dapat dirinci untuk setiap periode. Rinciannya sebagai berikut,

$$\text{Periode 1 : } \hat{Y}_{1,t} = 49,22321t + 440,75462S_{7,t} + 326,44451S_{12,t}$$

Dalam periode ini, setiap bulan terjadi kenaikan penjualan sebesar 50 unit sepeda motor. Kemudian pada Bulan Juli terdapat peningkatan sebesar 441 unit dan Bulan Desember sebesar 327 unit sepeda motor. Model untuk Bulan Juli dalam periode 1 adalah sebagai berikut,

$$\hat{Y}_{1,t} = 49,22321t + 440,75462S_{7,t}, \quad t = 7,19.$$

Periode 2:

$$\hat{Y}_{1,t} = 49,22321t + 999,50948D_{1,t} - 51,35396t.D_{1,t} + 440,75462S_{7,t} + 326,44451S_{12,t}$$

Dalam periode 2, setiap bulan terjadi penurunan penjualan sebesar (50-52= -2) unit sepeda motor. Namun terdapat penambahan 1000 unit tiap bulannya. Selain itu, pada Bulan Juli terdapat peningkatan sebesar 441 unit dan Bulan Desember sebesar 327 unit sepeda motor. Model untuk Bulan Juli dalam periode ini adalah sebagai berikut,

$$\hat{Y}_{1,t} = 49,223t + 999,5095D_{1,t} - 51,3539t.D_{1,t} + 440,755S_{7,t}, t = 31,43.$$

Periode 3:

$$\hat{Y}_{1,t} = 49,223t - 754,376D_{2,t} - 0,106t.D_{2,t} + 440,755S_{7,t} + 326,444S_{12,t}$$

Dalam periode 3, setiap bulan terjadi kenaikan penjualan sebesar 49 unit sepeda motor. Namun terdapat pengurangan 755 unit tiap bulannya. Selain itu, pada Bulan Juli terdapat peningkatan sebesar 441 unit dan Bulan Desember sebesar 327 unit sepeda motor. Model untuk bulan Juli dalam periode ini adalah sebagai berikut,

$$\hat{Y}_{1,t} = 49,223t - 754,376D_{2,t} - 0,106t.D_{2,t} + 440,755S_{7,t}, t = 55,67.$$

Secara garis besar, Hari Raya Idul Fitri tidak memiliki dampak yang signifikan pada penjualan total sepeda motor jenis *Automatic* di Kabupaten Bojonegoro. Namun, Bulan Juli dan Desember memiliki peran yang signifikan dalam penjualan tersebut. Hal ini disebabkan karena Bulan Juli merupakan bulan mulainya tahun ajaran baru di bidang pendidikan dan Bulan Desember merupakan akhir tahun dimana perusahaan akan memberikan banyak diskon untuk menghabiskan stok produk. Selanjutnya dengan cara yang sama, didapatkan model ARIMAX yang ditampilkan dalam Tabel 3.

Tabel 3.
Hasil Model ARIMAX

Variabel	Model	Variabel dummy
<i>Automatic</i> Bojonegoro	Regresi dummy	t, D ₁ , D ₂ , t.D ₁ , t.D ₂ , Bulan Januari, dan Desember
<i>Cub</i> Bojonegoro	Regresi dummy	D ₄ , t, D ₄ , dan Bulan Januari-Desember
<i>Sport</i> Bojonegoro	ARIMAX (1,0,0)(1,0,0) ¹²	D ₃ , t, D ₃ , dan Bulan Januari-Desember
<i>Automatic</i> Lamongan	ARIMAX ([1,8],0,0)	t, D ₁ , D ₂ , t, D ₁ , t, D ₂ , Bulan Juli, dan Bulan Desember.
<i>Cub</i> Lamongan	ARIMAX (0,0,1)	V _{t-1} , t, D ₄ , dan Bulan Januari-Desember
<i>Sport</i> Lamongan	ARIMAX (0,0,2)	V _{t-1} , V _t , V _{t+1} , D ₄ , t, D ₄ , Bulan Januari-Juli, dan Bulan Oktober-Desember

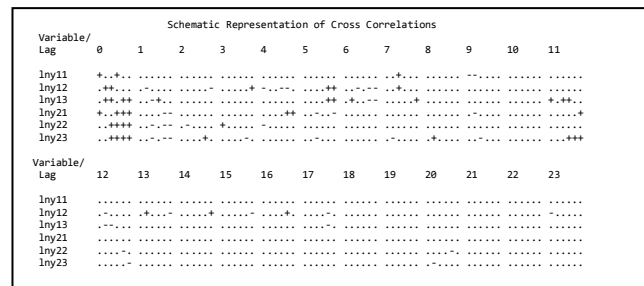
C. Pemodelan VARX pada Penjualan Total Sepeda Motor di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan

Pada bagian ini, dilakukan pemodelan secara multivariat dengan model VARX. Variabel yang digunakan adalah penjualan total sepeda motor jenis *Automatic*, *Cub*, dan *Sport* di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan, serta variabel dummy Bulan Hari Raya Idul Fitri sebagai variabel eksogen.

Sebelum melakukan pemodelan, perlu dilakukan pemeriksaan stasioneritas data. Pemeriksaan ini meliputi pemeriksaan stasioneritas dalam mean dengan uji ADF dan stasioneritas dalam varians dengan plot Box-Cox. Hasil uji stasioneritas menyebutkan bahwa semua variabel memiliki nilai *rounded value* 0 dan dalam intervalnya tidak mengandung nilai 1. Hal ini mengindikasikan bahwa keenam variabel tersebut tidak stasioner dalam varians. Maka selanjutnya dilakukan transformasi logaritma natural. Setelah dilakukan transformasi, dilakukan pemeriksaan stasioneritas dalam mean dengan uji ADF. Hasil pengujian

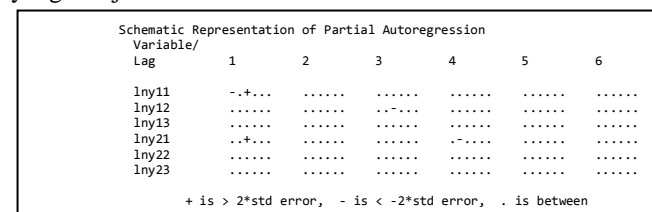
dengan ADF menyebutkan bahwa data-data tersebut tidak stasioner dalam mean. Maka selanjutnya dilakukan *differencing* lag 1. Selain uji ADF, stasioneritas dalam mean juga dapat dilihat dari MACF (*Sample Cross Correlation Matrix*) yang disajikan dalam Lampiran.

MACF mengindikasikan adanya pola musiman dalam data. Pada lag 12 dan kelipatannya, masih terdapat nilai (+) dan (-) yang artinya order musiman masih belum stasioner, sehingga perlu dilakukan *differencing* lag 12. Hasilnya ditampilkan dalam Gambar 6. Gambar tersebut sudah mengindikasikan bahwa data telah stasioner dalam mean, baik pada order reguler maupun musiman.



Gambar 6. MACF setelah dilakukan *differencing* lag 1 dan 12

Langkah pertama yang dilakukan dalam pemodelan ini adalah identifikasi order VARX. Hal ini dapat dilakukan dengan melihat nilai AIC minimum dan MPACF. Karena keterbatasan panjang data, nilai AIC tidak dapat diperoleh. Maka identifikasi order model hanya berdasarkan MPACF yang disajikan dalam Gambar 7.



Gambar 7. Partial Autoregression Matrix Function (MPACF)

Berdasarkan Gambar 7 dapat diketahui bahwa terdapat *cut off* pada lag 1. Hal ini ditandai dengan adanya tanda (+) dan (-) pada lag tersebut. Maka order VARX yang dipilih adalah order 1. Namun order ini tidak memenuhi asumsi vektor residual *white noise*. Maka dilakukan penambahan order, yaitu order 2. Dalam penelitian ini digunakan variabel eksogen bulan Hari Raya Idul Fitri. Model yang diperoleh adalah VARX(2,1)-I(1,1)¹². Dalam model ini, tidak ada variabel eksogen yang signifikan dalam model, sehingga model tersebut juga dapat dituliskan sebagai VAR(2,1,0)(0,1,0)¹². Asumsi vektor residual model berdistribusi multivariat normal telah terpenuhi. Namun berdasarkan uji Portmanteau, asumsi vektor residual *white noise* belum terpenuhi. Hasil pengujian tersebut dapat diabaikan karena hal yang paling penting dalam peramalan adalah kemampuan model untuk melakukan peramalan [8]-[9].

Model VARX(2,1)-I(1,1)¹² dituliskan dalam persamaan (9). Persamaan (9) menunjukkan bahwa terdapat hubungan penjualan sepeda motor antar jenis di kabupaten yang sama, dan juga antar jenis di kabupaten yang berbeda. Selain itu, tidak terdapat pengaruh Bulan Hari Raya Idul Fitri pada penjualan total sepeda motor untuk semua jenis di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1,30262 & -0,36638 & 0,59625 & 1,13509 & 0 & 0 \\ -0,26979 & -0,30197 & 0 & 0,36719 & 0 & -0,1774 \\ 0 & 0,84929 & -0,62482 & 0 & -0,45517 & 0 \\ -0,75325 & 0 & 0,54152 & 0,56176 & 0 & -0,22477 \\ 0 & 0,58276 & 0 & 0 & -0,61724 & -0,34931 \\ 0 & 0,63515 & 0 & 0 & -0,65226 & -0,33544 \end{bmatrix} B$$

$$\begin{bmatrix} -1,00941 & 0 & 0 & 0,981 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,23837 & 0 \\ 0 & 0,44772 & 0 & 0 & -0,48942 & 0 \\ -0,72521 & 0 & 0 & 0,5683 & 0 & 0 \\ 0,50551 & 0 & 0 & -0,6717 & -0,45267 & 0,26654 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0,44365 & 0 \end{bmatrix} B^2 \times \begin{bmatrix} (1-B)(1-B^{12})Y_{1,t}^* \\ (1-B)(1-B^{12})Y_{2,t}^* \\ (1-B)(1-B^{12})Y_{3,t}^* \\ (1-B)(1-B^{12})Y_{4,t}^* \\ (1-B)(1-B^{12})Y_{5,t}^* \\ (1-B)(1-B^{12})Y_{6,t}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{1,t} \\ a_{2,t} \\ a_{3,t} \\ a_{4,t} \\ a_{5,t} \\ a_{6,t} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Misalkan untuk penjualan total sepeda motor jenis *Automatic* di Kabupaten Bojonegoro, model (9) dapat diuraikan sebagai berikut,

$$\begin{aligned} Y_{1,t}^* = & -0,30262Y_{1,t-1}^* + 1,30262Y_{1,t-2}^* - 0,00941Y_{1,t-12}^* - 0,70679Y_{1,t-13}^* - 1,30262Y_{1,t-14}^* \\ & + 1,00941Y_{1,t-24}^* - 1,00941Y_{1,t-25}^* - 0,36638Y_{1,t-26}^* + 0,36638Y_{1,t-27}^* + 0,36638Y_{1,t-28}^* \\ & - 0,36638Y_{1,t-29}^* + 0,59625Y_{1,t-30}^* - 0,59625Y_{1,t-31}^* + 0,59625Y_{1,t-32}^* + 1,13509Y_{1,t-33}^* \\ & - 1,13509Y_{1,t-34}^* - 1,13509Y_{1,t-35}^* + 1,13509Y_{1,t-36}^* \end{aligned}$$

Model setelah ditransformasikan kembali adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{1,t} = & Y_{1,t-1} \times Y_{1,t-2}^{1,30262} \times Y_{1,t-12}^{-0,00941} \times Y_{1,t-13}^{-0,70679} \times Y_{1,t-14}^{-1,30262} \times Y_{1,t-24}^{1,00941} \times Y_{1,t-25}^{-1,00941} \\ & \times Y_{1,t-26}^{-0,36638} \times Y_{1,t-27}^{0,36638} \times Y_{1,t-28}^{0,36638} \times Y_{1,t-29}^{-0,36638} \times Y_{1,t-30}^{0,59625} \times Y_{1,t-31}^{-0,59625} \times Y_{1,t-32}^{0,59625} \\ & \times Y_{1,t-33}^{1,13509} \times Y_{1,t-34}^{-1,13509} \times Y_{1,t-35}^{-1,13509} \times Y_{1,t-36}^{1,13509} \end{aligned}$$

Secara umum, selain bergantung pada dirinya sendiri pada beberapa bulan sebelumnya, penjualan ini juga bergantung pada penjualan jenis *Cub* dan *Sport* di kabupaten yang sama, serta penjualan jenis *Automatic* Kabupaten Lamongan pada bulan-bulan sebelumnya. Secara keseluruhan, kriteria kebaikan model ditampilkan dalam Tabel 4.

Tabel 4.
Perhitungan sMAPE (%) k-step untuk model VARX(2,1)-I(1,1)¹²

k	$Y_{1,t}$	$Y_{2,t}$	$Y_{3,t}$	$Y_{4,t}$	$Y_{5,t}$	$Y_{6,t}$
1	9,5	12,6	37,3	5,8	66,3	56,7
2	45,5	10,6	37,1	23,8	35,6	33,1
3	58,7	8,3	27,2	53,9	26,5	23,9
4	67,4	11,1	23,0	65,7	34,7	21,0
5	72,8	10,1	23,2	73,9	37,6	19,9
6	74,5	9,7	26,3	79,4	37,7	20,1

D. Perbandingan Kebaikan Model

Model Model terbaik adalah model yang memiliki nilai sMAPE terkecil untuk residual *out sample*. Plot ramalan untuk data *out sampled* dapat dilihat pada Lampiran D. Hasil perbandingannya ditampilkan dalam Tabel 5.

Tabel 5.
Perbandingan sMAPE Model Univariat dan Multivariat (%)

Model	$Y_{1,t}$	$Y_{2,t}$	$Y_{3,t}$	$Y_{4,t}$	$Y_{5,t}$	$Y_{6,t}$
ARIMAX	58,27	18,27	45,56	54,98	72,08	28,40
VARX	74,48	9,67	26,26	79,45	37,67	20,10

Berdasarkan Tabel 5 dapat diketahui bahwa model univariat unggul pada penjualan total sepeda motor *Automatic* Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan, sedangkan model multivariat unggul pada penjualan total sepeda motor *Cub* Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan, serta *Sport* Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan. Hasil ramalan dengan model terbaik menyebutkan hasil bahwa pada tahun 2014, terjadi kenaikan penjualan sepeda motor jenis *Automatic* dan *Sport*. Sebaliknya, penjualan untuk jenis *Cub* cenderung menurun. Hal ini terjadi pada Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan.

V. KESIMPULAN

Secara umum, rata-rata penjualan sepeda motor tertinggi adalah sepeda motor jenis *Automatic*, baik di Kabupaten Bojonegoro maupun Lamongan. Kemudian sebagian besar penjualan sepeda motor perjenis di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan dipengaruhi oleh Hari Raya Idul Fitri. Bulan sebelum Bulan Hari Raya Idul Fitri sebagian besar merupakan penjualan tertinggi. Selain itu, terdapat hubungan linier yang signifikan antar penjualan total sepeda motor di kedua Kabupaten tersebut.

Model ARIMAX terbaik menyebutkan bahwa terdapat kontribusi Bulan Juli dan Bulan Desember pada jenis *Automatic*, baik di Kabupaten Bojonegoro maupun Lamongan. Kemudian terdapat siklus musiman pada jenis *Cub* di kedua kabupaten tersebut. Selain itu, siklus musiman serta efek Hari Raya Idul Fitri juga terdapat pada jenis *Sport* Kabupaten Bojonegoro. Selanjutnya, terdapat efek Hari Raya Idul Fitri serta kontribusi Bulan Januari-Juli, dan Bulan Oktober-Desember pada jenis *Sport* Kabupaten Lamongan.

Hasil pemodelan dengan VARX untuk model keseluruhan menghasilkan model VARX(2,1)-I(1,1)¹² dengan variabel eksogen berupa variabel dummy Bulan Hari Raya Idul Fitri. Namun, tidak ada variabel eksogen yang signifikan dalam model. Model multivariat menunjukkan bahwa terdapat hubungan penjualan sepeda motor antar jenis di kabupaten yang sama, dan juga antar jenis di kabupaten yang berbeda. Selain itu, tidak terdapat pengaruh Bulan Hari Raya Idul Fitri pada penjualan total sepeda motor untuk semua jenis di Kabupaten Bojonegoro dan Lamongan. Berdasarkan kriteria sMAPE, model multivariat unggul jika dibandingkan dengan model univariat.

Bagi produsen dan distributor sepeda motor, hendaknya lebih fokus pada sepeda motor jenis *Automatic*. Hal ini karena pada tahun 2014, sepeda motor jenis *Automatic* masih mendominasi pangsa pasar.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anonim. Umur Motor Hingga 2020. *Ekonomi Bisnis Harian Pagi Padang Ekspres*, p. 1. (2014, Januari 9).
- [2] S. R. Diah, & Setiawan. Industri Sepeda Motor Indonesia Terbesar Ketiga Dunia. (B. P. Jatmiko, Ed.) *Ekonomi Harian Kompas*. (2013, September 3).
- [3] Y. Jatnika. Transportasi Jawa Timur Alami Titik Jenuh. *Jurnal Nasional*, p. 13. (2013, November 26).
- [4] J. D. Cryer, & K. S. Chan. *Time Series Analysis with Application in R, 2nd Edition*. New York: Springer. (2008).
- [5] M. H. Lee and Suhartono. Calendar Variation Model Based on ARIMAX for Forecasting Sales Data with Ramadhan Effect. *Proceedings of the Regional Conference on Statistical Sciences* (hal. 349-361). Malaysia: Institute of Mathematical Sciences University of Malaysia. (2010).
- [6] W. Wei. *Time Series Analysis (Univariate and Multivariate Methods)*. United States of America: Pearson Education, Inc. (2006)
- [7] S. Makridakis and M. Hibon. The M3-Competition : result, conclusion and implication. *Internasional Journal of Forecasting*, 16 (1), 451-476. (2000).
- [8] A. V. Kostenko, and R. J. Hyndman. Forecasting without Significance Test? <http://robjhyndman.com/papers/sst2.pdf>. (2005).
- [9] J. S. Armstrong. Significance Tests Harm Progress in Forecasting. *International Journal of Forecasting* (23), 321-327. (2007).

